

CINEMATIQUE GENERALITES

La cinématique est la partie de la Mécanique qui étudie les mouvements des corps, indépendamment des causes qui les provoquent (forces, moments).
(Kinéma : mouvement en grec ancien).

Hypothèse : les solides étudiés sont supposés **indéformables**.

1. Solide, système et repère de référence

1.1. Repère et solide de référence

En cinématique, le mouvement d'un solide S_1 est défini par rapport à un autre solide S_0 choisi comme référence et est appelé **solide de référence**.

S_0 est appelé repère de référence.

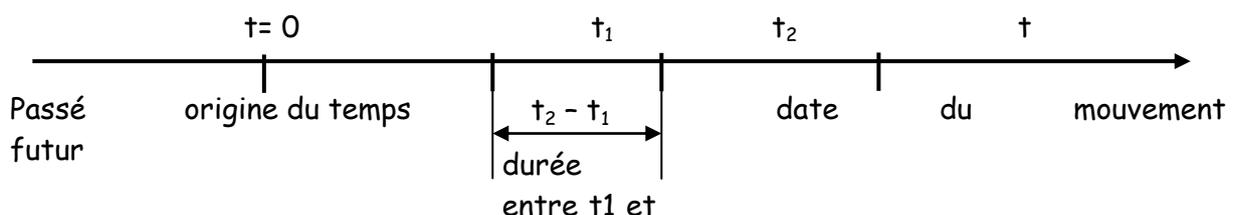
Un repère de référence est un repère d'espace (ex : $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$) lié ou « collé » au solide de référence, permettant de repérer avec précision la position et le mouvement du solide S_1 .

1.2. Repère de temps

En mécanique classique, le temps est considéré comme absolu et uniforme. Chaque moment, chaque fragment de temps est identique au suivant.

La seconde, symbole s, est l'unité de base du temps; mesurée par un chronomètre (chronos : temps en grec ancien).

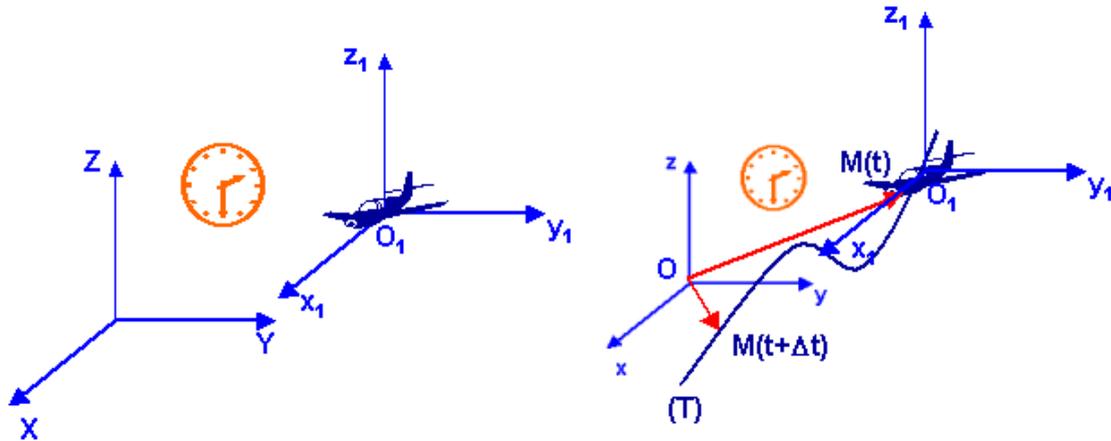
Le temps peut être schématisé par une droite orientée du passé vers le futur, avec une origine des temps ($t=0$). La droite représente l'espace - temps. Un point t sur cette droite est appelé la date et symbolise un point de cet espace.



Le repère de temps est le même pour tous les observateurs terrestres.

1.3. Système de référence : Référentiel

Un référentiel est défini par un repère de référence et un repère de temps.



Le **système d'axes** (constitué d'une origine et de 3 directions) représente le repère de référence (O, x, y, z)

L'unité de mesure des distances est le mètre (m)

L'**horloge** permet de savoir l'instant auquel on observe le solide.

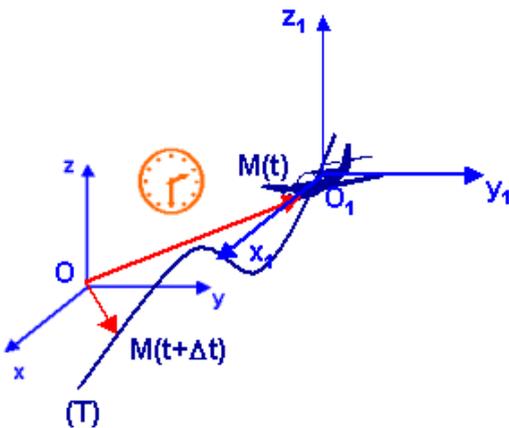
L'unité de temps est la seconde

1.4. Paramétrage de la position d'un solide par rapport à un repère

La position d'un solide S_1 par rapport à un repère est définie par 6 paramètres de position indépendants qui sont fonction du temps (à rapprocher des 6 degrés de liberté).

Pour définir la position d'un solide S_1 par rapport à un repère $R_0(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$, il faut lier au solide S_1 un repère $R_1(O_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ puis définir la position du repère R_1 par rapport au repère R_0 .

La position d'un point M du solide S_1 dans le repère $R_0(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ sera telle que :



$$\overrightarrow{OM}(t) = \overrightarrow{OO_1}(t) + \overrightarrow{O_1M}(t)$$

(T) est la trajectoire d'un point M du solide dans le repère $R_0(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$.

2. Mouvement absolu et relatif

2.1. Mouvement absolu

Le mouvement d'un solide est dit absolu s'il est décrit ou défini par rapport à un système de référence absolu (référentiel absolu). Un référentiel absolu est un référentiel au repos absolu.

La Terre peut être assimilée avec une très bonne approximation à un référentiel absolu.

$R(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$. est un référentiel absolu pour le solide S_1 .

Remarque : à la notion de mouvement absolu correspondent les notions de vitesse absolue et d'accélération absolue.

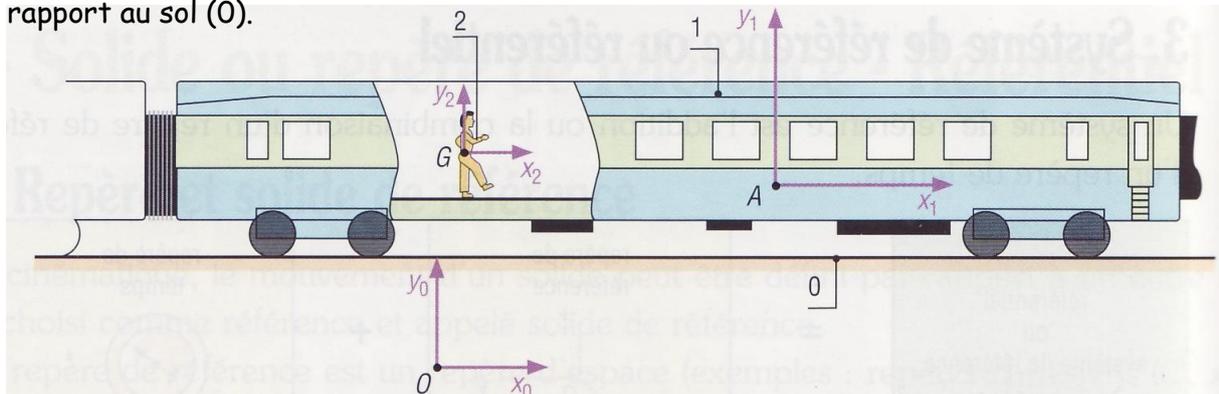
2.2. Mouvement relatif

Le mouvement d'un solide est dit relatif s'il est décrit par rapport à un référentiel en mouvement. Un référentiel en mouvement est appelé référentiel relatif ou repère relatif.

$R_1(O_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ est un référentiel relatif car il est en mouvement par rapport au référentiel $R(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$.

Remarque : à la notion de mouvement relatif correspondent les notions de vitesse relative et d'accélération relative.

Exemple : prenons le cas d'un voyageur (2), marchant dans un wagon (1) en mouvement par rapport au sol (0).



$R(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$, lié à la terre, est un repère absolu.

$R_1(O_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$, lié au wagon, et $R_2(O_2, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$, lié au voyageur, sont des repères relatifs.

Les mouvements $M_{2/0}^{vt}$ et $M_{1/0}^{vt}$ sont des mouvements absolus.

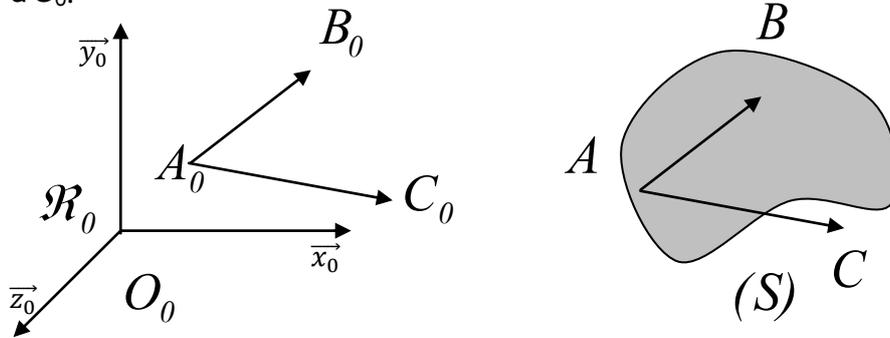
Le mouvement $M_{2/1}^{vt}$ est un mouvement relatif, ainsi que son mouvement inverse $M_{1/2}^{vt}$.

Remarque : le mouvement $M_{2/0}^{vt}$ résulte de la combinaison des deux mouvements $M_{1/0}^{vt}$ et $M_{2/1}^{vt}$.

3. Mouvements particuliers de solides

3.1. Mouvement de translation

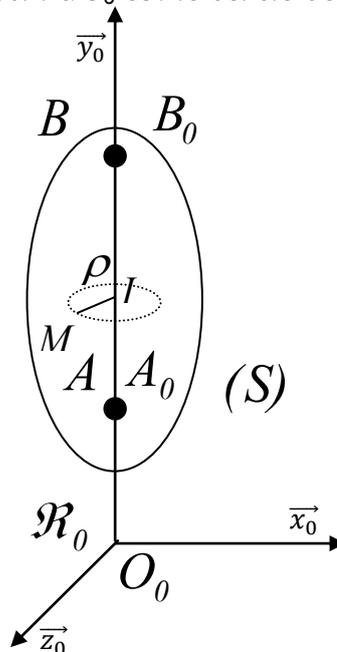
Un solide mobile S_1 a un mouvement de translation par rapport à un solide S_0 si deux vecteurs $\overrightarrow{A_1B_1}$ et $\overrightarrow{A_1C_1}$, distincts et non colinéaires appartenant à S_1 , restent respectivement équipollents à deux vecteurs $\overrightarrow{A_0B_0}$ et $\overrightarrow{A_0C_0}$, distincts et non colinéaires appartenant à S_0 .

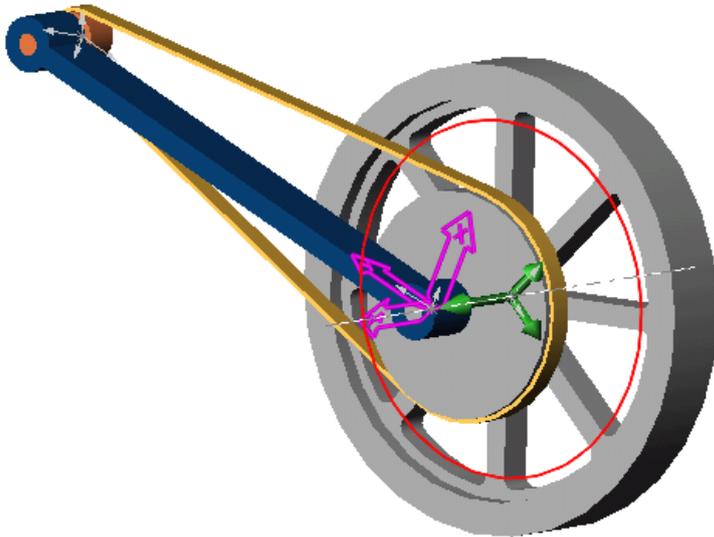


3.2. Mouvement de rotation autour d'un axe

Un solide mobile S_1 a un mouvement de rotation par rapport à un axe $(O, \overrightarrow{y_0})$ du solide S_0 , si deux points A_1 et B_1 , distincts appartenant à S_1 , coïncident en permanence avec les deux points A_0 et B_0 distincts appartenant à l'axe $(O, \overrightarrow{y_0})$ de S_0 .

Soit M un point appartenant au solide S non situé sur l'axe de rotation. La trajectoire de M dans le mouvement de S par rapport à S_0 est le cercle de centre I et de rayon $\rho = IM$.





La roue a un mouvement de rotation par rapport à l'axe du moyeu.

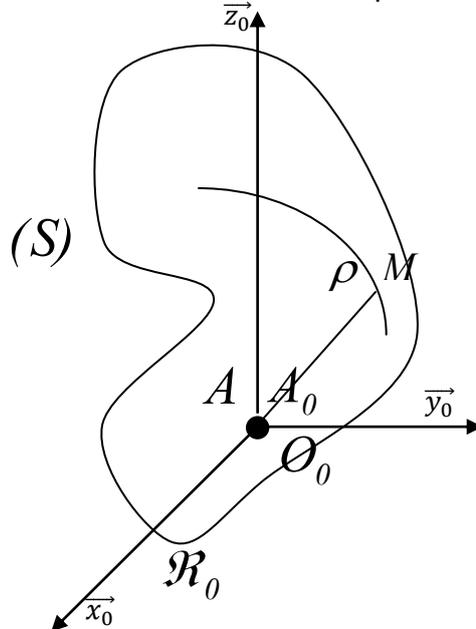
Le repère (O, X, Y, Z) en rose est le repère absolu.

Le repère (O, X_r, Y_r, Z_r) en vert est un repère relatif.

La trajectoire (T_M) du point M de la roue est un cercle (en rouge).

3.3. Mouvement de rotation autour d'un point

Un solide mobile S_1 a un mouvement de rotation par rapport à un point A_0 du solide S_0 , si le point A_1 appartenant à S_1 , coïncide en permanence avec le point A_0 appartenant à S_0 . Soit M un point du solide S_1 distinct du point A_0 . La trajectoire de M dans le mouvement de S_1 par rapport à S_0 est une courbe $\Gamma (M \in S/S_0)$ portée par la sphère de centre A_0 et de rayon $\rho = A_0M$.



3.4. Mouvement plan

Un solide mobile S_1 a un mouvement plan par rapport à un solide de référence S_0 si trois points au moins non alignés (plan P_1) appartenant à S_1 restent dans un même plan P_0 lié à S_0 au cours du mouvement.

Remarque : un mouvement plan peut être considéré comme la combinaison d'une translation et d'une rotation.

4. Appartenance cinématique d'un point et trajectoires

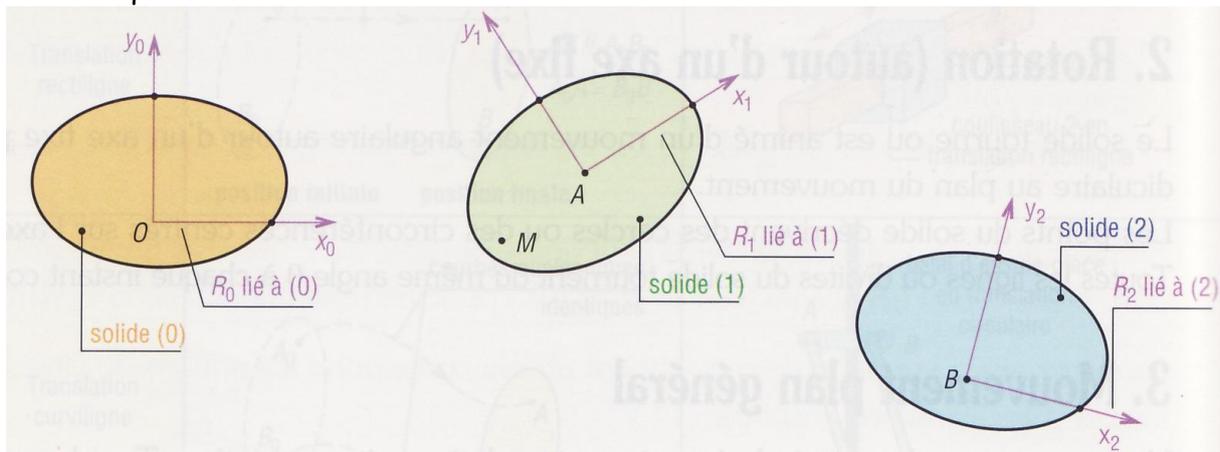
4.1. Appartenance cinématique d'un point

Deux cas sont possibles :

Le point A appartient physiquement au solide S .

Le point A n'appartient pas physiquement au solide S . On dit qu'il est cinématiquement lié au solide S . Cela permet de simplifier les calculs.

Exemple : les solides (1) et (2) sont en mouvement entre eux et par rapport au solide de référence (0). A un instant t quelconque, le point géométrique M peut être considéré comme lié, ou appartenant, à l'un des trois solides (0, 1 ou 2) et suivre le mouvement du solide auquel il est lié.

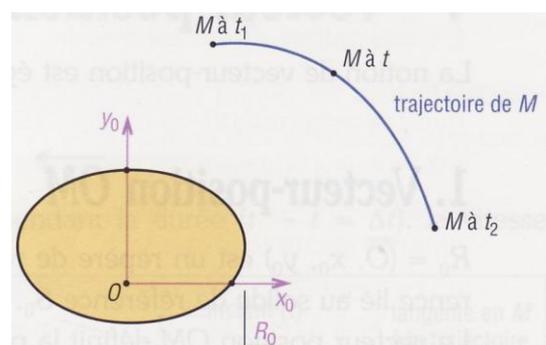


Trois cas sont possibles : M lié à (1) (M_1), M lié à (2) (M_2), M lié à (3) (M_3).

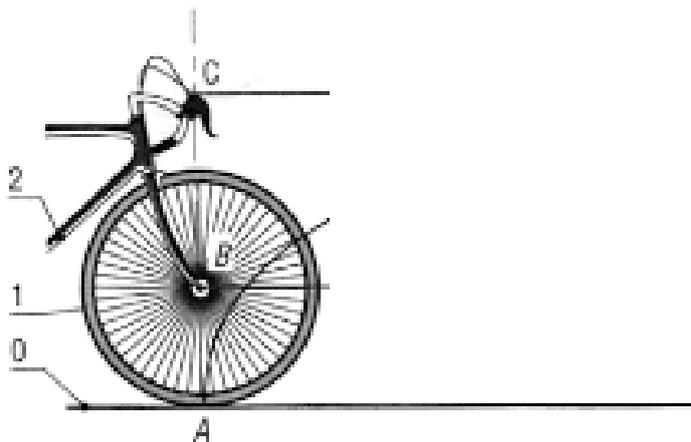
Les points M_1 , M_2 et M_3 sont par définition des points coïncidents à l'instant t .

4.2. Trajectoire d'un point

La trajectoire d'un point M est la courbe géométrique décrite au cours du temps par les positions successives de celui-ci dans le repère de référence R_0 . Elle est notée $T_{M,1/0}$



Exemple : roue avant de bicyclette



A est le point de contact entre la roue (1) et le sol (0). B est le centre de l'articulation (moyeu) entre la roue (1) et le cadre (2). C est un point appartenant à une poignée de frein. Le vélo se déplace en translation rectiligne.

Pour un tour de roue, tracer puis donner les trajectoires suivantes :

$$T_{C2/0} =$$

$$T_{B2/0} =$$

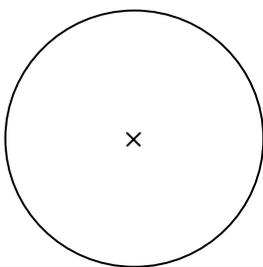
$$T_{A2/0} =$$

$$T_{B1/2} =$$

$$T_{B1/0} =$$

$$T_{A1/2} =$$

$$T_{A1/0} =$$

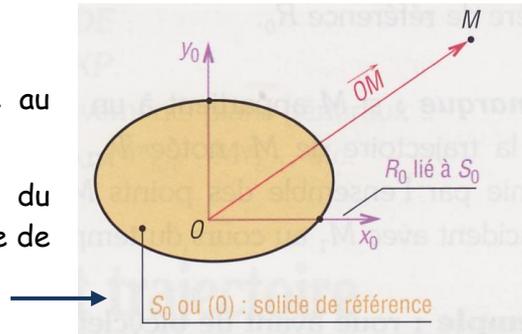


5. Vecteur position - vecteur déplacement

5.1. Vecteur position

$R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ est un repère de référence lié au solide de référence S_0 .

Le vecteur \vec{OM} définit la position, à l'instant, du point M dans son mouvement par rapport au repère de référence R_0 .

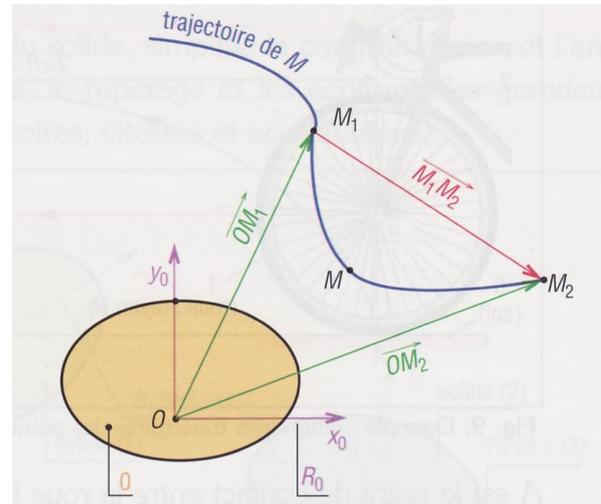


5.2. Vecteur déplacement M_1M_2

Si M_1 est la position du point M à l'instant t_1 et M_2 la position du point M à l'instant t_2 , le vecteur $\vec{M_1M_2}$ définit le déplacement de M entre les instants t_1 et t_2 pendant la durée (t_2-t_1) .

$$\vec{M_1M_2} = \vec{M_1O} + \vec{OM_2}$$

Remarque : le vecteur déplacement $\vec{M_1M_2}$ mesure la distance entre M_1 et M_2 .



6. Vitesse et accélération

6.1. Vecteur vitesse \vec{V}_M

6.1.1. Vitesse moyenne entre M et M'

Si $\vec{MM'}$ définit le déplacement du point M pendant la durée $t'-t=\Delta t$, la vitesse moyenne de M à M' est :

$$\vec{V}_{moy} = \frac{\vec{MM'}}{\Delta t}$$

6.1.2. Vitesse instantanée \vec{V}_M en M

\vec{V}_M est égale à la dérivée par rapport au temps t du vecteur position \vec{OM} :

$$\vec{V}_M = \frac{d\vec{OM}}{dt}$$

La vitesse instantanée \vec{V}_M est toujours **tangente** à la **trajectoire** en M .

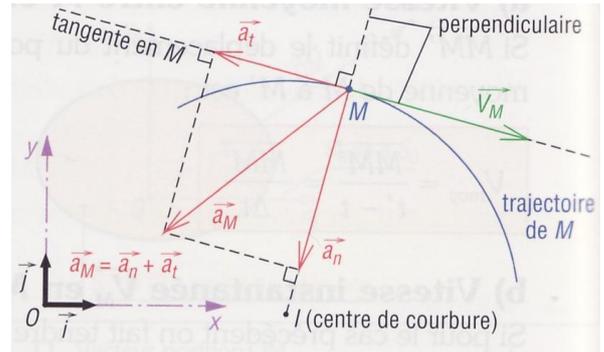
6.2. Vecteur accélération \vec{a}_M

L'accélération \vec{a}_M caractérise les variations de la vitesse \vec{V}_M . \vec{a}_M s'obtient en dérivant par rapport au temps la vitesse.

Si on considère \vec{a}_M par rapport à la tangente en M à la trajectoire, on a deux composantes particulières :

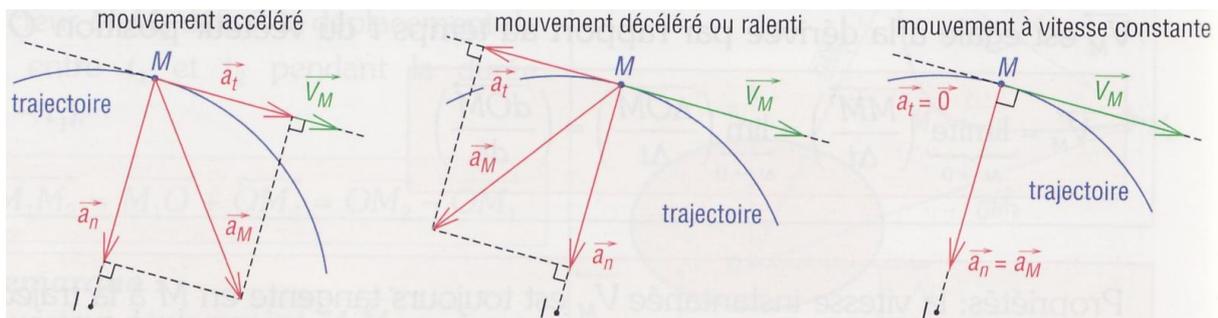
\vec{a}_t : l'accélération tangentielle portée par la tangente à la trajectoire

\vec{a}_n : l'accélération normale perpendiculaire en M à \vec{a}_t et toujours orientée vers la partie concave de la trajectoire (vers le centre de la courbure).



$$\vec{a}_M = \vec{a}_t + \vec{a}_n = \frac{d\vec{V}_M}{dt} = \frac{d^2 \vec{OM}}{dt^2}$$

Remarque : \vec{a}_n n'existe que si la trajectoire présente une courbure. Si la trajectoire est droite ou rectiligne, $\vec{a}_n = \vec{0}$. Si \vec{V}_M et \vec{a}_t ont même sens, le mouvement est dit accéléré. Il est dit décéléré si le sens de \vec{a}_t est opposé à celui de \vec{V}_M .



Le repérage d'un solide nécessite deux familles de paramètres :

Des coordonnées pour définir la position d'un point d'origine appartenant au solide (\vec{OA} par exemple)

Des paramètres permettant de définir la position angulaire du solide par rapport au repère de référence (θ par exemple).

Remarque : dans le plan, 3 paramètres suffiront pour repérer n'importe quelle position de solide (X_A , Y_A et θ). Dans l'espace, 6 paramètres sont nécessaires.

La description du mouvement du solide impose à la fois de définir les caractéristiques cinématiques d'un point ($T_{A1/0}$, $\vec{V}_{A1/0}$ et $\vec{a}_{A1/0}$) et la définition des grandeurs angulaires (θ , ω et α).