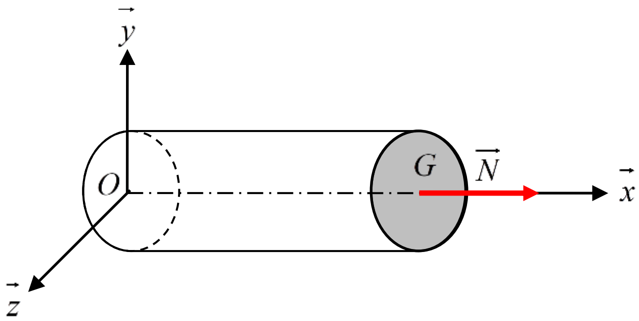
RESISTANCE DES MATERIAUX
EXTENSION COMPRESSION

I. Définition

Une poutre est sollicitée en extension simple lorsqu'elle est soumise à deux forces directement opposées, appliquées au centre de surface des sections extrêmes et qui tendent à l'allonger.

Dans le repère de définition des sollicitations $\Re(G, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ lié à la section droite (S), le torseur des efforts de cohésion s'écrit au point G :

$$\{\tau_{coh}\}_G = {}_G\begin{Bmatrix} N \neq 0 & Mt = 0 \\ Ty = 0 & Mfy = 0 \\ Tz = 0 & Mfz = 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$



II. Essai d'extension

2.1. Description de l'essai

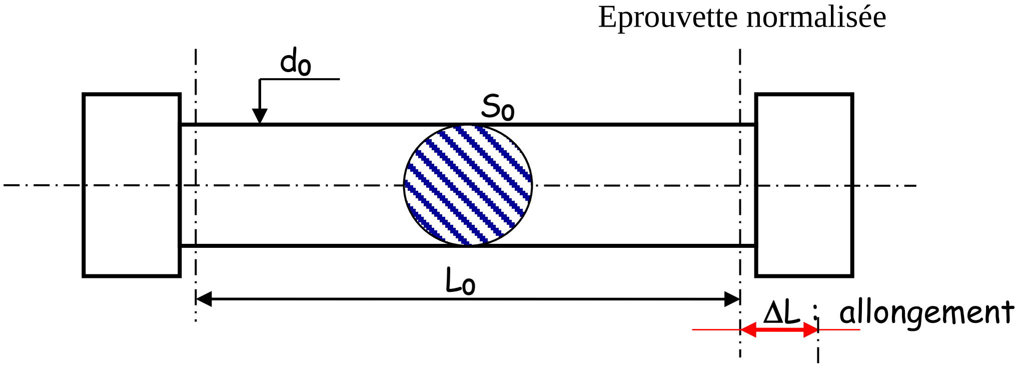
Pour réaliser un essai d'extension, on applique sur une éprouvette normalisée deux forces opposées.
Il existe deux types d'éprouvettes normalisées suivant la forme et l'épaisseur :

- Forme cylindrique pour les métaux en barre et d$\geq$ 4mm

- Forme prismatique pour les métaux en feuilles et pour une largeur$\leq 4\times$épaisseur.

L'éprouvette va se déformer progressivement puis rompre.

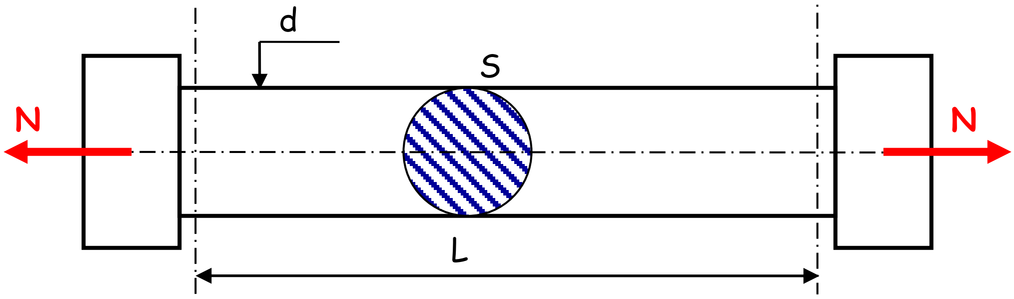
0. éprouvette au repos



Au repos :

- longueur initiale : L_0
- section initiale : S_0

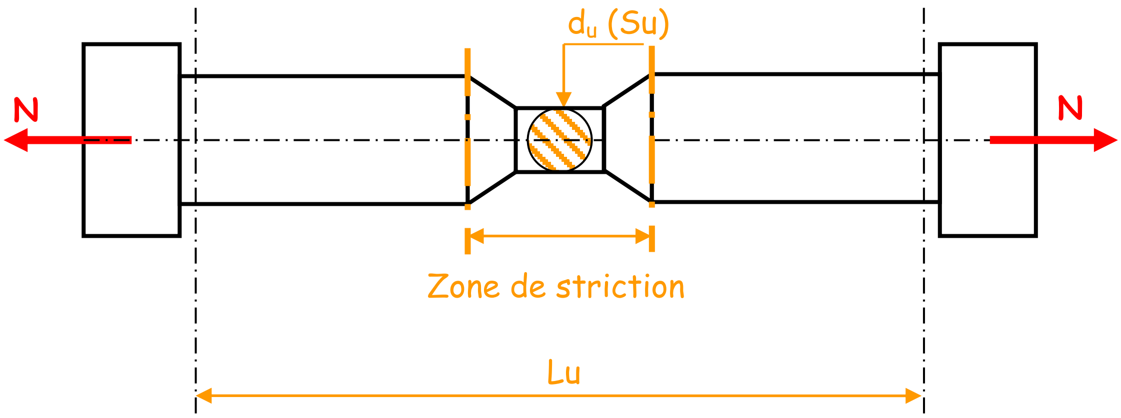
1. éprouvette sous charge



Sous charge :

- sa longueur augmente :
  $L=L_0+\Delta L$
- sa section diminue :
  $S<S_0$

2. éprouvette juste avant la rupture



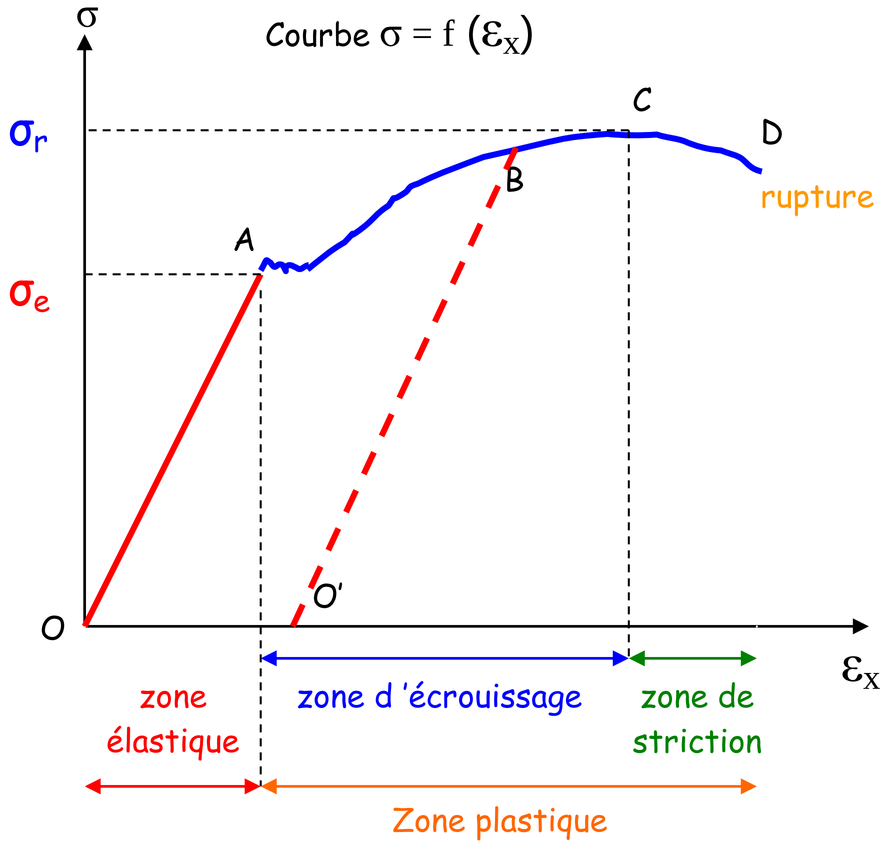
Avant la rupture :

- On observe une forte diminution de section locale (striction) dans la partie centrale de l'éprouvette
  Su : section ultime avant rupture
  Lu : longueur ultime avant rupture
- Puis l'éprouvette casse au niveau de cette zone

2.2. Courbe contraintes-déformations

A partir de ces essais de traction, on trace la courbe $\sigma = f(\varepsilon_x)$ avec $\sigma = \dfrac{N}{S}$ contrainte normale et $\varepsilon_x = \dfrac{\Delta L}{L}$ déformation longitudinale.

Pour un matériau métallique ductile, la courbe type est la suivante :



- **Zone OA : zone élastique**

La déformation est proportionnelle à la contrainte suivant la droite OA. Si le chargement cesse, l'éprouvette reprend son état initial en O. La déformation est réversible. L'éprouvette se comporte comme un ressort.

- **Zone AD : zone plastique**

Si le chargement cesse, l'éprouvette ne reprend pas son état initial en O. Elle a subi une déformation permanente (ou plastique).
Par exemple, de **B,** elle revient en **O'**, soit une déformation permanente **OO'**.

- **Caractéristiques mécaniques tirées de l'essai**

- σ_e ou R_e : limite élastique du matériau en MPa
- σ_r ou R_r : limite de rupture du matériau en MPa

- allongement A% : $A\% = 100\dfrac{L_u - L_0}{L_0}$. Cet allongement caractérise les possibilités de déformation plastique du matériau.

Ductilité : aptitude d'un matériau à se déformer plastiquement sans se rompre, caractérisée par l'allongement pour cent A%:

- si A% ≥ 5%, les matériaux sont considérés comme ductiles,
- si A% < 5%, les matériaux sont considérés comme fragiles.

III. Relation contrainte-déformation : Loi de Hooke

Les essais de traction ont permis de mettre en valeur une relation entre les contraintes et les déformations appelée Loi de Hooke, valable uniquement dans le domaine élastique :

Loi de Hooke : $\boxed{\sigma = E\varepsilon_x}$

uniquement en domaine élastique

$\varepsilon_x = \dfrac{\Delta L}{L}$: Déformation longitudinale. ε_x est sans unité.

σ : Contrainte normale en MPa

E : module d'Young du matériau en MPa

IV. Relation entre allongement ΔL et effort normal N

Nous avons les relations suivantes : $\sigma = \dfrac{N}{S}$

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta L}{L}$$

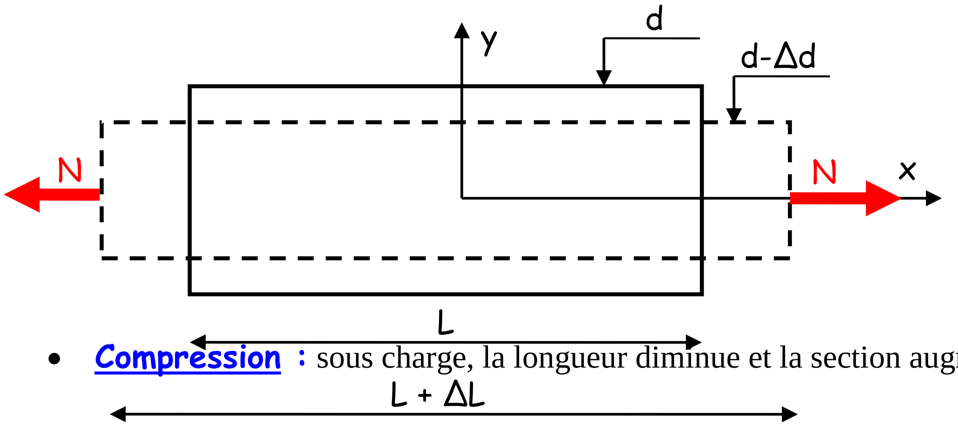
On en déduit que :

$$\boxed{\Delta L = \frac{NL}{ES}}$$

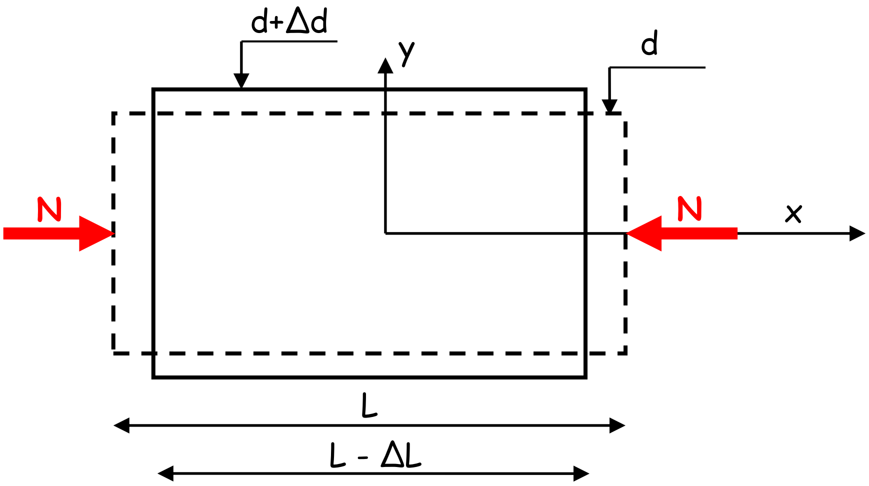
avec ΔL en mm   L en mm
N en N   E en MPa

V. Variation de la section : coefficient de Poisson

- **Extension** : sous charge, la longueur augmente et la section diminue.



- **Compression** : sous charge, la longueur diminue et la section augmente.



La déformation transversale ε_y est définie par : $\varepsilon_y = \dfrac{-\Delta d}{d}$, ε_y est sans unité.

Le coefficient de Poisson υ est défini par la relation suivante : $\upsilon = -\dfrac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x}$.

Suivant les matériaux, le coefficient de Poisson est compris entre : $0{,}1 \le \upsilon \le 0{,}5$.
υ est sans unité.
Pour les métaux, $\upsilon \approx 0{,}3$.
Pour les élastomères, $\upsilon \approx 0{,}5$.

V. Condition de résistance

La contrainte normale maximale $\sigma_{x,\max}$ qui s'exerce sur la pièce doit rester inférieure à la limite élastique du matériau constituant la pièce.

On fait apparaître un coefficient de sécurité cs pour tenir compte d'un certain nombre d'incertitudes, incertitudes relatives à :

- à la composition du matériau et à ses propriétés mécaniques,
- à la conformité de la forme de la pièce avec les hypothèses de la RdM,
- au vieillissement de la pièce.

En construction mécanique, on prend : $1{,}5 \le s \le 5$.

La condition de résistance de la pièce s'écrit alors :

$$\boxed{\sigma_{x,\max} \le \frac{R_e}{s}}$$

avec R_e limite élastique du matériau considéré,
s coefficient de sécurité.

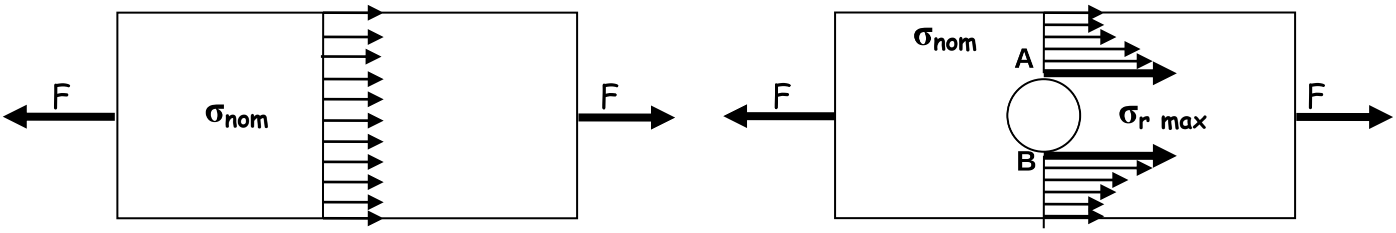
Cette condition permet de déterminer la section S d'une poutre lorsqu'on applique un effort de traction N, pour un matériau donné (R_e connue) et un coefficient s choisi.

VI. Concentration de contraintes

6.1. Présentation du phénomène

Les contraintes et les déformations se concentrent autour des accidents de forme (trous, fentes, congé, filetage…) ou des variations de sections dans les corps élastiques. Ces contraintes locales sont supérieures aux contraintes nominales dans la pièce.

Exemple de répartition des contraintes pour une plaque percée en traction :



σnom contrainte normale constante

σr max contrainte maximale en A et B

σ_{nom} est calculable à l'aide des formules de RdM.

$\sigma_{r\max}$ est calculable par éléments finis (logiciels) ou par photoélasticimétrie.

Mais il est possible d'estimer approximativement la valeur de $\sigma_{r\max}$ en utilisant la formule suivante :

$$\boxed{\sigma_{r\max} = K_t \sigma_{nom}}$$

Kt est le coefficient de concentration de contraintes. Il ne dépend que de la géométrie de la pièce.

6.2. Estimation du coefficient de concentration de contraintes

$$\boxed{K_t = \frac{\sigma_{r\max}}{\sigma_{nom}} = 1 + \alpha\left(\frac{c}{r}\right)^{0,5}}$$

F : force (N)

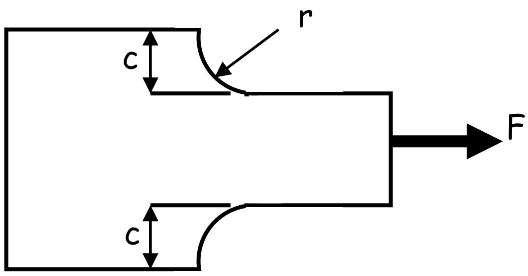
S_{min}: section minimum (mm^2)

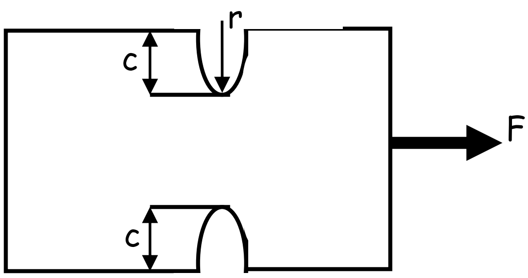
$\sigma_{nom} = F/S_{\min}$ (MPa)

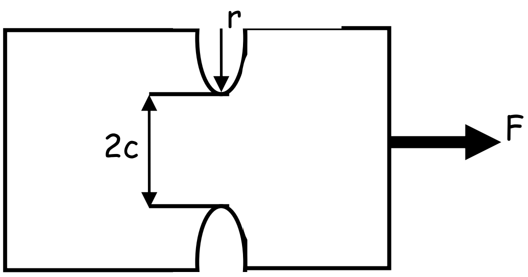
r : rayon de courbure (mm)

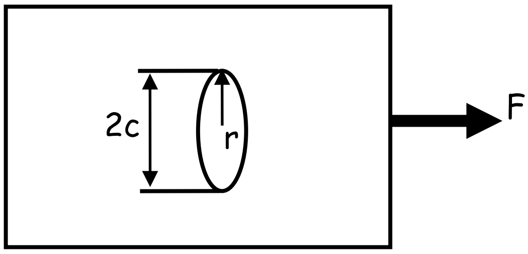
c : dimension caractéristique (mm)

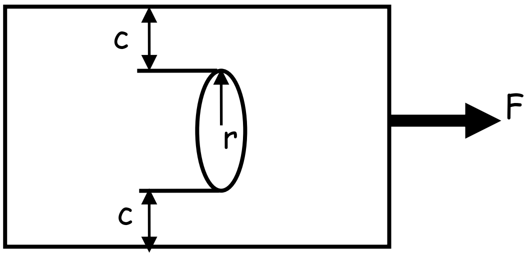
a = 0,5 en traction pure


r
c
c
F


r
c
c
F


r
2c
F


2c
r
F


c
r
c
F