

Analyse des mécanismes

Isostatisme-hyperstatisme

Objectifs:- déterminer le degré d'hyperstatisme d'un mécanisme

- proposer des modifications pour rendre le mécanisme isostatique
- définir les conditions géométriques de position relative des liaisons correspondant aux inconnues hyperstatiques.

1. Calcul du degré d'hyperstatisme d'un mécanisme

Un mécanisme est un assemblage de pièces mécaniques dont certaines peuvent se déplacer par rapport aux autres.

Un mécanisme est constitué de N_p pièces et N_L liaisons.

Exemple: Système bielle manivelle, $N_p=4$, $N_L=4$

Modèle volumique

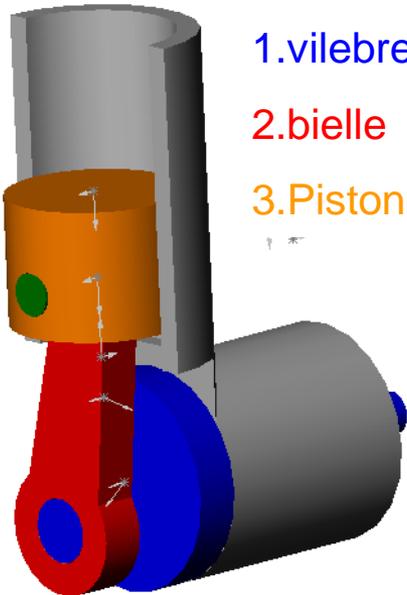
Pièces:

0. Carter (fixe)

1. vilebrequin

2. bielle

3. Piston (+ axe)



Liaisons entre les pièces

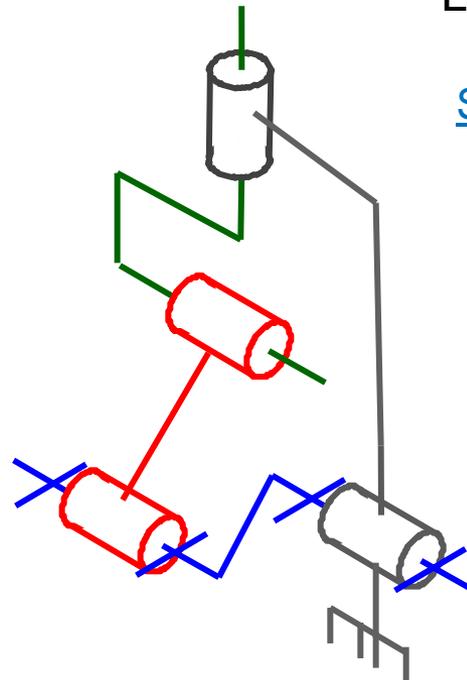
L01: Pivot d'axe (0, x)

L12: Pivot d'axe (A, x)

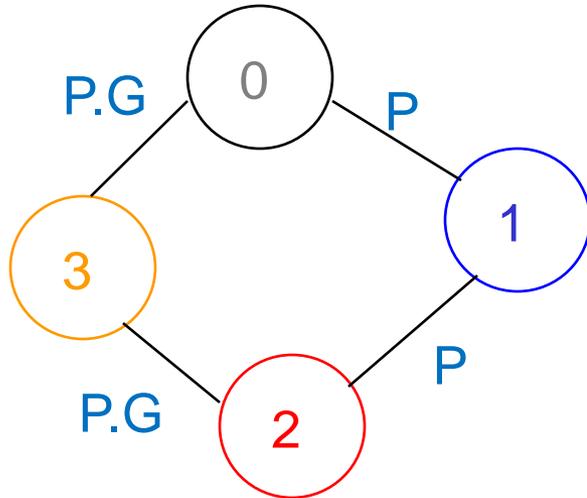
L23: Pivot glissant d'axe (B, x)

L34: Pivot glissant d'axe (C, z)

Schéma cinématique 3D



Grphe des liaisons du mcanisme



Le mcanisme comporte une boucle fermee soit un cycle.

$$\mu = 4 - 4 + 1 = 1$$

$$E_c = 6 \mu = 6$$

$$I_c = 1 + 1 + 2 + 2$$

$$E_s = 6 (4 - 1) = 18$$

$$I_s = 5 + 5 + 4 + 4 = 18$$

verification:

$$E_s + E_c = I_s + I_c = 6 NL = 24$$

Nombre de cycles independants: μ

un cycle correspond a une boucle fermee.

$$\mu = NL - N_p + 1$$

Nombre d'equations cinematiques E_c que l'on peut ecrire pour le cycle:

$$E_c = 6 \mu$$

Nombre total d'inconnues cinematiques I_c dans les liaisons: c'est la somme des degres de liberte de chaque liaison.

Nombre d'equations statiques E_s que l'on peut ecrire pour le cycle:

$$E_s = 6 (N_p - 1)$$

Nombre total d'inconnues statiques I_s dans les liaisons: c'est la somme des degres de liberte supprimes de chaque liaison.

$$E_s + E_c = I_s + I_c = 6 NL$$

$$m = 6 - 6 = 0$$

le mécanisme possède une loi entrée-sortie $\mu=1$.

Il n'y a pas de mobilités internes $m_i=0$

d'où $m_c=1+0=1$

$$h=1-0=1$$

Le système est **hyperstatique de degré 1**. Il y a une inconnue statique de trop pour pouvoir déterminer les actions mécaniques dans les liaisons.

Cette inconnue statique correspond à degré de liberté en rotation supprimé au niveau du bouclage du système dans la liaison entre la bielle et l'axe du piston.

Le manque de degré de liberté en rotation se traduit par une **contrainte de parallélisme** des axes de la bielle et du piston pour pouvoir monter le mécanisme.

Indice de mobilité: m

$$m = I_c - E_c = E_s - I_s$$

Degré de mobilité cinématique : m_c

C'est le nombre de mouvements élémentaires à imposer pour que le mouvement de toutes les pièces soit déterminé de façon unique

$$m_c = m_i + \mu$$

μ : degré de mobilité de la liaison équivalente.

$\mu = 1$ pour un mécanisme avec une loi entrée-sortie

m_i : nombre de mobilités internes dans le mécanisme. Une pièce a une mobilité interne dans un mécanisme si elle peut avoir un mouvement qui n'entraîne aucun mouvement des autres pièces du mécanisme.

Degré d'hyperstatisme: h

$$h = m_c - m$$

2. Avantages et inconvénients d'un mécanisme isostatique par rapport à un mécanisme hyperstatique

Dans un mécanisme isostatique, l'absence d'inconnues hyperstatiques indique que la position relative des liaisons n'a pas besoin d'être aussi précise que dans un mécanisme hyperstatique.

Les avantages sont les suivants:

1. Il n'y a **pas de tolérances de position trop réduites à respecter** (parallélisme, perpendicularité, coaxialité,...). La **fabrication** des pièces est donc **facilitée**.
2. On est assuré que les surfaces de liaison sont bien en contact. Une construction isostatique réalise une **mise en position précise** d'une pièce par rapport à une autre.
3. On **connaît exactement les composantes** du torseur **statique** de chaque liaison. On peut donc **évaluer correctement les pressions entre les surfaces en contact**.

Les inconvénients sont les suivants:

1. La facilité de fabrication est compensée par une **plus grande complexité du mécanisme**. Cette complexité est due à l'introduction de pièces intermédiaires dans les liaisons pour augmenter le nombre de degrés de libertés.
2. Un mécanisme isostatique sera donc **moins rigide qu'un mécanisme hyperstatique**.
3. La **précision de position relative** des liaisons sera **moins grande** que celle d'une construction hyperstatique.

3. Réduction d'un système hyperstatique en système isostatique

Pour éliminer les inconnues hyperstatiques, le concepteur peut jouer sur plusieurs paramètres:

- **rajouter des degrés de liberté** en ajoutant des pièces intermédiaires dans les liaisons;
- **réduire l'amplitude des contacts** (surfacique -> linéique, linéique -> ponctuel);
- **utiliser des pièces déformables** (liaisons élastiques);
- **procéder à des usinages précis des pièces** (après définition des conditions fonctionnelles et des tolérances associées).

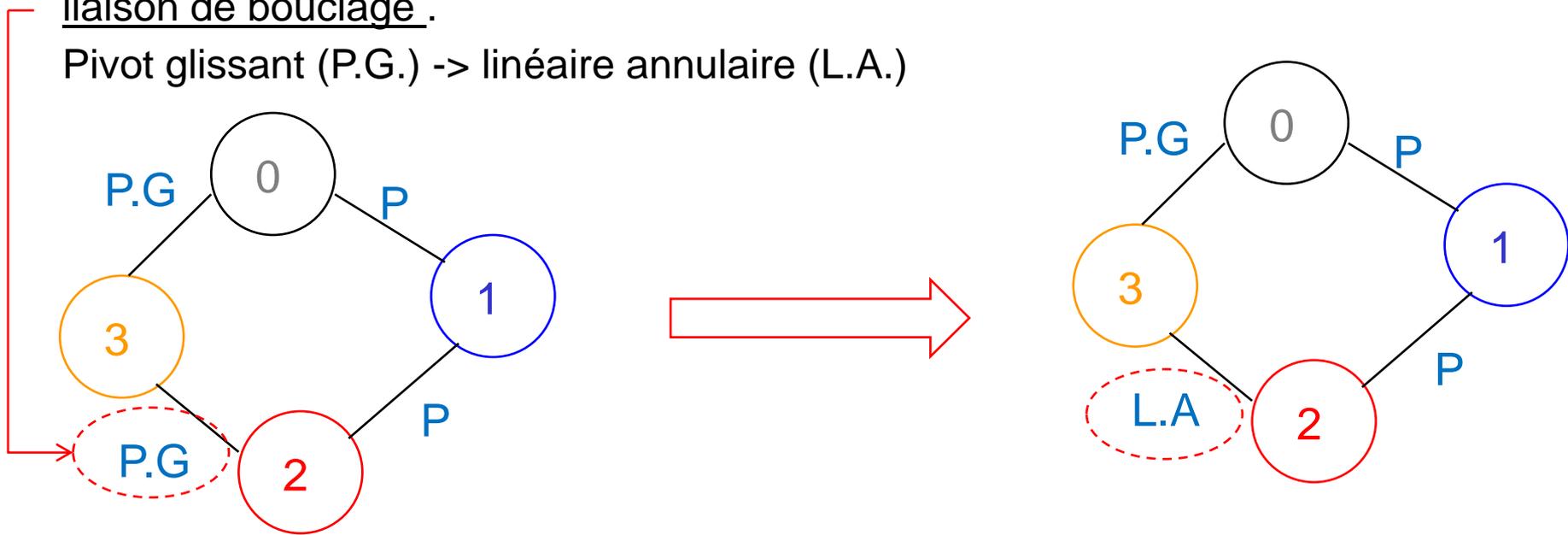
: Il n'est pas forcément souhaitable dans tous les cas de rendre un mécanisme isostatique.

Dans les mécanismes de transmission de puissance où les actions mécaniques sont importantes, on utilisera des liaisons hyperstatiques afin d'augmenter la rigidité du mécanisme.

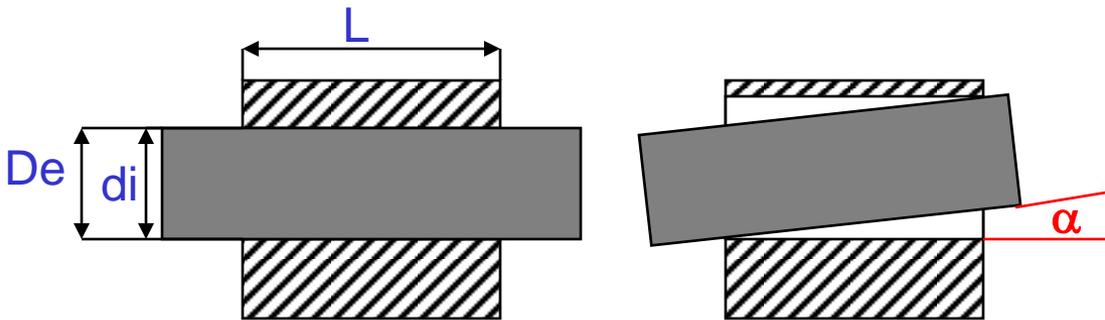
Exemple du système bielle-manivelle:

On peut rendre le système isostatique en ajoutant des degrés de liberté à la liaison de bouclage.

Pivot glissant (P.G.) -> linéaire annulaire (L.A.)



Ce qui revient à augmenter le jeu dans la liaison.



$$(D_e - d_i) \approx 0$$

$$\alpha \approx L / (D_e - d_i)$$

L'augmentation du jeu permet un degré de liberté en rotation.

Pour ce système, on procédera plutôt à une définition des conditions géométriques de montage et des tolérances associées.

4. Influence de l'hyperstatisme sur la cotation et la fabrication des pièces

Le degré d'hyperstatisme correspond au nombre de conditions géométriques à imposer pour pouvoir monter le mécanisme.

Le manque de degrés de liberté se traduit par des contraintes géométriques sur le positionnement des liaisons.

Si on néglige les jeux au sein des liaisons:

- un **manque de degré de liberté en rotation** se traduit par une **contrainte de positionnement angulaire** (parallélisme, perpendicularité, coaxialité,...)
- un **manque de degré de liberté en translation** se traduit par une **contrainte de positionnement linéaire** (côte linéaire).

Le concepteur d'un mécanisme devra donc prendre en compte les conditions fonctionnelles suivantes lors de la définition des pièces :

- **conditions dimensionnelles** (côtes, par réalisation de chaînes de côtes)
- **conditions géométriques de montages + tolérances de positionnement associées** des liaisons (parallélisme, perpendicularité, coaxialité,...).

Résumé-Calcul du degré d'hyperstatisme

Nombre de cycles indépendants μ :

$$\mu = NL - Np + 1$$

Nombre d'équations cinématiques E_c :

$$E_c = 6 \mu$$

Nombre total d'inconnues cinématiques I_c :

somme des degrés de liberté de chaque liaison

Nombre d'équations statiques E_s :

$$E_s = 6 (Np - 1)$$

Nombre total d'inconnues statiques I_s :

$$E_s + E_c = I_s + I_c = 6 NL$$

Indice de mobilité m :

$$m = I_c - E_c = E_s - I_s$$

Degré de mobilité cinématique m_c :

$$m_c = m_i + m_u$$

m_u : degré de mobilité de la liaison équivalente.

$m_u = 1$ pour un mécanisme avec une loi entrée-sortie

m_i : nombre de mobilités internes

Degré d'hyperstatisme h :

$$h = m_c - m$$