Lineare Gleichungssysteme (LGS)

Ein lineares Gleichungssystem der Form:

$a_1x + b_1y = c_1$

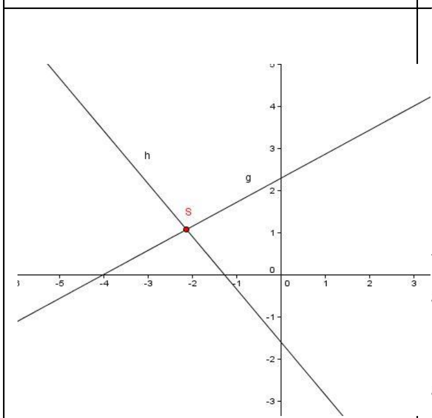
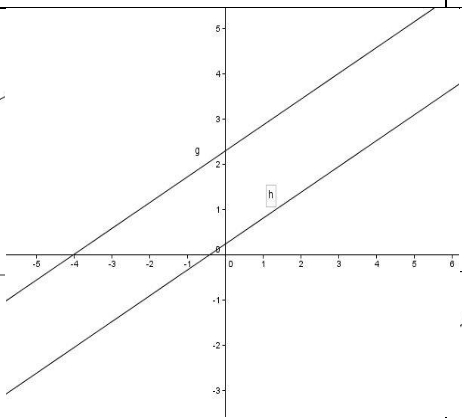
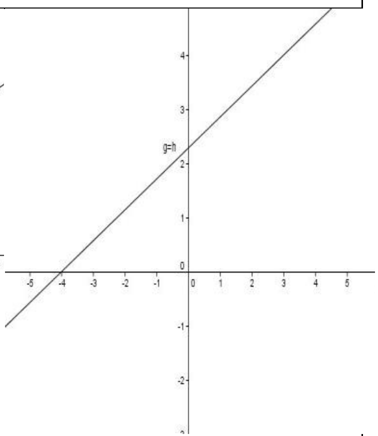
$a_2x + b_2y = c_2$ (Formvariablen $a_1,a_2,b_1,b_2,c_1,c_2 \in \mathbb{R}$)

lässt sich mithilfe des Einsetzungs- oder Gleichsetzungsverfahrens rechnerisch nach den Lösungsvariablen x und y auflösen.

Je nach Wahl der Formvariablen hat das Gleichungssystem keine, genau eine oder unendlich viele Lösungen.

Zur zeichnerischen Lösung werden die beiden Gleichungen im Koordinatensystem dargestellt.

Man unterscheidet in drei Möglichkeiten:

Die Geraden schneiden sich in S.	Die geraden sind parallel.	Die Geraden sind identisch
$L = \{(x_S,y_S)\}$	$L = \{\}$	
Genau eine Lösung	Keine Lösung	Unendlich viele Lösungen
		

Folgende Gleichungen werden wir durch die verschiedenen Verfahren nun lösen:

$$1.)\ 3x - 4x = 12$$

$$2.)\ 2x + 2y = 8$$

Zeichnerisch

Um eine Lösung für die beiden Gleichungen zu erhalten, löst du beide Gleichungen nach **y** auf und zeichnest die erhaltenen linearen Funktionen in ein Koordinatensystem ein.

1.) 3x-4y=12

-4y=12-3x

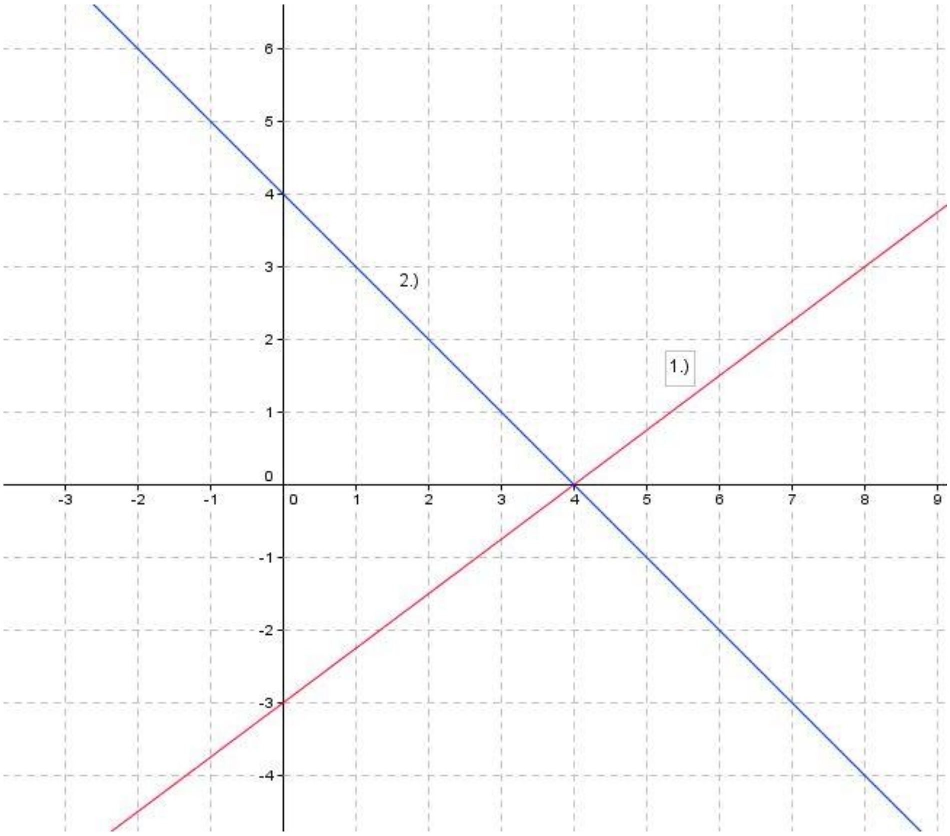
y=0,75x-3

2.) 2x+2y=8

2y=-2x+8

y=-x+4

Der Schnittpunkt ist bei S(4/0).



Rechnerisch

Gleichsetzungsverfahren

Beim Gleichsetzungsverfahren muss man beide Gleichungen nach der gleichen Unbekannten / Variable auflösen.

1.) $3x-4y=12$

$-4y=12-3x$

$y=0{,}75x-3$

2.) $2x+2y=8$

$2y=-2x+8$

$y=-x+4$

Nun setzen wir die beiden Gleichungen gleich, sodass wir eine Gleichung mit nur noch einer Unbekannten / Variablen erhalten. Wir können das machen, da beide Gleichungen ein Ergebnis für y liefern.

$$0{,}75x-3=-x+4$$

Jetzt kann man x ermitteln, indem man die Gleichung nach x auflöst.

$0{,}75x-3=-x+4 \quad / +3$

$0{,}75x=-x+7 \quad / +x$

$1{,}75x=7 \quad / \cdot 4$

$\mathbf{x=4}$

Die zweite Unbekannte, in diesem Fall y wird ermittelt, indem wir die Lösung für x in eine der Ursprungsgleichungen einsetzen.

1.) $3x-4y=12$ (für x setzen wir jetzt die 4 ein)

$3\cdot4-4y=12$ (jetzt nach y auflösen)

$12-4y=12 \quad / -12$

$-4y=0 \quad /:(-4)$

$\mathbf{y=0}$ Nun haben wir den x- und den y-Wert errechnet. Der Schnittpunkt lautet also S(4/0).

Einsetzungsverfahren

Beim Einsetzungsverfahren wir nur eine der beiden Gleichungen nach einer

Unbekannten aufgelöst. Wir lösen die zweite Gleichung diesmal nach x auf.

2.) $2x+2x=8$ / $-2y$
$2x=8-2y$ / $:2$
$x=4-y$

Der Term, der hierbei entsteht (4-y) wird nun in die andere Gleichung für x eingesetzt, damit wir eine Gleichung mit nur einer Unbekannten (diesmal y) erhalten.

1.) $3x-4y=12$ (für x wird jetzt der Term (4-y) eingestetzt)
$3\cdot(4-y)-4y=12$ (zuerst Klammern auflösen)
$12-3y-4y=12$
$12-7y=12$ / -12
$-7y=0$ / $:(-7)$
$y=0$

Um jetzt wiederum ein Ergebnis für x zu ermitteln, müssen wir das erzielte Ergebnis (y=0) in eine der beiden Ursprungsgleichungen einsetzen. (Nach Möglichkeit die andere Gleichung wählen, mit der man noch nicht gerechnet hat.)

2.) $2x+2y=8$ (für y setzen wir 0 ein)
$2x+2\cdot 0=8$ (nach x auflösen)
$2x+0=8$
$2x=8$ / $:2$
$x=4$

Nun haben wir beide Werte ermittelt. Der Schnittpunkt lautet S(4/0).